

Model conjection Calculation of wave guide in the discontinuous.

模匹配圆—圆台阶过渡器计算

赵双任

Zhao Shuang-Ren

【摘要】 本文对G. L. James等人所建立的圆波导内台阶不连续处模匹配法作了改进。从而提高了收敛速度和计算精度，本文还应用改进后的方法设计了一个工程用圆—圆台阶过渡器。获得了满意的反射性能。

一、引言

早在1966年，Wexler 提出了模匹配法^[1]，并成功地用于矩形波导不连续处的计算。1971年 English 成功地将该方法推广到圆波导台阶不连续处的计算，并分析了TE₁₁模到TE₁₁、TM₁₁等高次模的转换^[2]。1981年 James 进一步完善了模匹配法，他应用S矩阵级连解决含多个不连续点的圆波导的反射与传输问题，计算了圆波导TE₁₁模到波纹波导HE₁₁模转换直槽过渡器的反射损耗^[3]。同年 James 又将该法推广到环加载波纹波导过渡段反射损耗的计算^[4]。1987年 A. D. Oliver 又将该法应用于大张角波纹槽源分析^[5]。由此可见模匹配法对波导及馈源截面不连续处的计算是十分有用的。但重复 James 等人的工作发现 James 在文献[3]中指出的计算收敛依赖于适当选择M/N值的问题是严重的，此处M和N是不连续截面两边波导中所取的模的多少。在我们的计算中这个比值很难选择正确，因此计算结果往往不令人满意。本文对 James 的方法作了修改，使得计算收敛与M/N值无关。收敛速度也明显加快。

二、波导中波型正交性

任意波导中的横向场可表示为：

$$E_t = \sum (A_n^{(+)} e^{-\gamma_n z} + A_n^{(-)} e^{\gamma_n z}) e_n \quad (1a)$$

$$H_t = \sum (A_n^{(+)} e^{-\gamma_n z} - A_n^{(-)} e^{\gamma_n z}) h_n \quad (1b)$$

式中 $A_n^{(\pm)}$ 表示沿波导轴z方向正反传播的场的幅度，而

$$e_n = \begin{cases} \nabla g_n \times \hat{z} & \text{对TE波} \\ \nabla f_n & \text{对TM波} \end{cases} \quad (2)$$

$$h_z = Y_z \hat{z} \times e_z \quad (3)$$

$$A^{(z)}(z) = a^{(z)} e^{-\gamma_z z} \quad (4)$$

其中 $a^{(z)}$ 为常数幅度

$$Y_z = \begin{cases} -j \frac{1}{\eta} \frac{\gamma_z}{k} & \text{对 TE 波} \\ j \frac{1}{\eta} \frac{k}{\gamma_z} & \text{对 TM 波} \end{cases} \quad (5)$$

$$Y_z = \begin{cases} \sqrt{K_z^2 - k^2} & \text{当 } k < K_z \\ j \sqrt{-(K_z^2 - k^2)} & \text{当 } k > K_z \end{cases} \quad (6)$$

g_z, f_z 满足

$$\begin{cases} (\nabla^2 + K_z^2)g_z = 0 & \text{在 } S \text{ 上} \\ \hat{n} \cdot \nabla g_z = 0 & \text{在 } C \text{ 上} \end{cases} \quad (7a)$$

$$\begin{cases} (\nabla^2 + K_z^2)f_z = 0 & \text{在 } S \text{ 上} \\ f_z = 0 & \text{在 } C \text{ 上} \end{cases} \quad (7b)$$

式中, S 是波导横面, C 是 S 的边界, \hat{n} 是 C 的外法向矢量, $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$, $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$, ϵ, μ 分别为介电常数和磁导率, ω 为角频率, K_z 为截止波数, $k < K_z$ 对应调谐波, $k > K_z$ 对应传播波。记

$$[F_1, F_2]_z = \iint_S F_1 \times F_2 \cdot \hat{n} \, dS \quad (8a)$$

$$(F_1, F_2)_z = \iint_S F_1 \cdot F_2 \, dS \quad (8b)$$

式中, F_1 和 F_2 为两个任意场矢量。对电磁场模有正交关系

$$[e_z, h_z]_z = [-h_z, e_z]_z = W_z \delta_{z_1 z_2} \quad (9)$$

式中, $W_z = Y_z P_z$ 而

$$P_z = (e_z, e_z)_z \quad (10)$$

三、波导突变处散射矩阵计算

波导截面突变如图 1 所示, 截面较大的波导记为波导 I, 较小的记为波导 II, 两波导横截面记为 S_1 和 S_2 , 在突变处两波导内横向电场记为 E_1^T, E_2^T , 满足

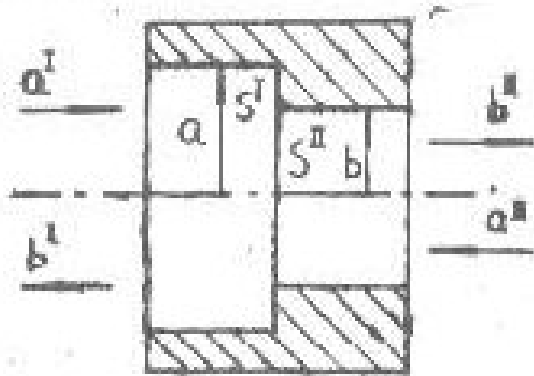


图1 圆波导不连续处

$$E^I = \begin{cases} E^{\alpha}, & \text{在 } S_I \text{ 上} \\ 0 & \text{在 } S_1 - S_2 \text{ 上} \end{cases} \quad (11)$$

E^I 可展为:

$$E^I = \sum_{\gamma=1}^N D_{\gamma} e^{\gamma}, \quad (12)$$

其中 D_{γ} 为待定展开系数, 有关系 $D_{\gamma} = b^{\gamma}, + a^{\gamma}, b^{\gamma}$, 和 a^{γ} , 分别表示流出和流进不连续

截面在波导 II 中模的幅度, N 为所选波导 II 中模的数值, 所以

$$b^{\gamma} = D_{\gamma} - a^{\gamma}, \quad \gamma = 1, \dots, N \quad (13)$$

E^I 可展为

$$E^I = \sum_{\alpha=1}^M (b^{\alpha} + a^{\alpha}) e^{\alpha}, \quad (14)$$

式中, M 为波导 I 中模的数值, b^{α}, a^{α} 与前意义类似, 对式 (14) 两边作 $[-h^{\beta}, \cdot]$ 并应用正交关系式 (9) 经整理得

$$b^{\beta} = \frac{1}{W^{\beta}} [-h^{\beta}, E^I]_{S_1} - a^{\beta}, \quad (15)$$

利用式 (11), (12), (9) 得

$$b^{\beta} = \sum_{\gamma=1}^N T_{\beta\gamma} D_{\gamma} - a^{\beta}, \quad (16)$$

其中

$$T_{\beta\gamma} = \frac{1}{W^{\beta}} [-h^{\beta}, e^{\gamma}]_{S_1} \quad (17)$$

由 S_2 上横向磁场应连续即

$$\sum_{\beta=1}^N (b^{\beta} - a^{\beta}) h^{\beta} = \sum_{\alpha=1}^M (a^{\alpha} - b^{\alpha}) h^{\alpha}, \quad (18)$$

设在 S_2 上有展开式

$$h^{\alpha} = \sum_{\beta=1}^N R_{\beta\alpha} h^{\beta}, \quad (19)$$

对上式两边作 $[e^{\beta}, \cdot]_{S_2}$ 并利用式 (9) 得

$$R_{\beta\alpha} = \frac{1}{W^{\beta}} [e^{\beta}, h^{\alpha}]_{S_2} \quad (20)$$

将式 (19) 代入式 (18), 利用 $\{h^{\beta}\}$ 在截面 S_2 上是正交基得

$$b^I - a^I = R(a^I - b^I) \quad (21)$$

式中, $b^I = [b^I_1, b^I_2, \dots, b^I_n]^T$, $a^I = [a^I_1, a^I_2, \dots, a^I_n]^T$ 同样对 a^I, a^I , R 的元素为 R_{ij} 由式(20) 给出。将式 (13) 及 (16) 代入式 (21) 可解出 $D = [D_1, \dots, D_n]^T$

$$D = K[Ra^I + a^I] \quad (22)$$

其中

$$K = 2[I + RT]^{-1} \quad (23)$$

式中 T 的元素由式 (17) 给出。将式 (22) 代回式 (13) 和(16) 得

$$\begin{bmatrix} b^I \\ b^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^I \\ a^I \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} S_{11} &= TKR - I \\ S_{12} &= TK \\ S_{21} &= KR \\ S_{22} &= K - I \end{aligned} \quad (25)$$

$$Q_{\nu_n} = (e^{\nu_n}, e^{\nu_n})_{\nu_n} \quad (26)$$

$$F_{\nu_n} = [e^{\nu_n}, h^{\nu_n}] = Y^{\nu_n} Q_{\nu_n} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} R &= [W^{\nu_n}]^{-1} P \\ T &= [W^{\nu_n}]^{-1} P' \end{aligned} \quad (28)$$

只要由式 (16) 求得 P , 由式 (26) 求得 Q_{ν_n} , 便可由式 (28), (27), (25) 求得散射矩阵 S

对圆波导, 仅考虑 TE_{α} 模及其所产生的的高次模。设 $\alpha = 1, 3, 5 \dots$ 对应 TE 波模, $\alpha = 2, 4, 6 \dots$ 对应 TM 波模, 计算得

$$P_{\alpha} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} ((v'_{1\alpha})^2 - 1) J'_1(v'_{1\alpha}) & \alpha = 1, 3, 5 \dots \\ \frac{\pi}{2} v^2_{1\alpha} (J'_1(v_{1\alpha}))^2 & \alpha = 2, 4, 6 \dots \end{cases} \quad (29)$$

式中 $v_{1\alpha}$ 是 Bessel 函数 $J_1(x)$ 的第 α 个正根, $v'_{1\alpha}$ 是 $J'_1(x)$ 的第 α 个正根, 而 $\alpha = \alpha \bmod 2$,

$$Q_{\alpha\beta} = \begin{cases} \frac{\pi k^2_{\alpha} b}{k^2_{\alpha} - k^2_{\beta}} [k_{\alpha} J_2(k_{\alpha} b) J_1(k_{\beta} b) - k_{\beta} J_1(k_{\alpha} b) J_2(k_{\beta} b)] & \alpha = 1, 3, 5 \dots \\ & \beta = 1, 3, 5 \dots \\ \frac{\pi k^2_{\alpha} b}{k^2_{\alpha} - k^2_{\beta}} [k_{\alpha} J_2(k_{\alpha} b) J_1(k_{\beta} b) - k_{\beta} J_1(k_{\alpha} b) J_2(k_{\beta} b)] & \alpha = 2, 4, 6 \dots \\ & \beta = 2, 4, 6 \dots \\ \pi J_1(k_{\alpha} b) J_1(k_{\beta} b) & \alpha = 1, 3, 5 \dots \text{ 或 } \alpha = 2, 4, 6 \dots \\ & \beta = 2, 4, 6 \dots \text{ 或 } \beta = 1, 3, 5 \dots \end{cases} \quad (30)$$

式中, $n = \alpha \bmod 2, r = \beta \bmod 2, k_n = v'_{1,n}/b$ (当 $\alpha = 1, 3, 5, \dots$), $k_n = v_{1,n}/b$ (当 $\alpha = 2, 4, 6, \dots$), 同样对 k_m, a, b 分别为波导—I 和波导—II 的半径。

四、S矩阵的级连

将图1中台阶波导大端与小端对调, 其散射矩阵相当于变换 $S_{11} \rightarrow S_{22}, S_{22} \rightarrow S_{11}, S_{12} \rightarrow S_{21}, S_{21} \rightarrow S_{12}$ 。对于长为 L 的一节直波导其S矩阵子阵为 $S_{11} = 0 = S_{22}, S_{12}, S_{21}$ 为对角阵, 其元素为 $\exp(-\gamma L)$ 。将散射矩阵为 S^a 的网络与为 S^b 的网络级连所得网络的散射阵 S 为

$$\begin{aligned} S_{11} &= CS_{11}^b S_{21}^a + S_{11}^a \\ S_{12} &= CS_{12}^b \\ S_{21} &= DS_{21}^a \\ S_{22} &= DS_{22}^a S_{12}^b + S_{22}^b \end{aligned} \tag{31}$$

其中

$$\begin{aligned} C &= S_{12}^a [I - S_{11}^b S_{12}^a]^{-1} \\ D &= S_{21}^b [I - S_{12}^a S_{21}^b]^{-1} \end{aligned} \tag{32}$$

利用式(31)将所有台阶及两个台阶间直波导的散射矩阵全部级连便得到图2所示台阶过渡的散射矩阵 S 。

若过渡器输入口和输出口都工作在 TE_{11} 单模状态, 而高次模全部截止, 由散射矩阵 S 可计算 TE_{11} 模单模归一化散射矩阵 \tilde{S}^D

$$\tilde{S}^D = \begin{vmatrix} S_{11}^D & S_{12}^D \sqrt{\frac{Y_{11}^I}{Y_{11}^{II}}} \\ S_{21}^D \sqrt{\frac{Y_{11}^{II}}{Y_{11}^I}} & S_{22}^D \end{vmatrix} \tag{33}$$

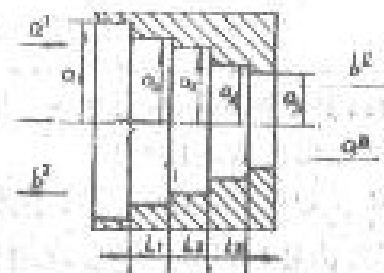


图2 圆—圆台阶过渡器

式中 $S_{ij}^D = S_{ij} (1,1)$, 即 S_{ij}^D 为 S_{ij} 的第一行第一列元素, $i, j = 1, 2, Y_{11}^I, Y_{11}^{II}$ 分别为波导 I 和波导 II 中 TE_{11} 模的导纳由式(5)给出。

若计算结果正确, 应满足无耗互易条件

$$|\tilde{S}_{11}^D|^2 + |\tilde{S}_{21}^D|^2 = |\tilde{S}_{12}^D|^2 + |\tilde{S}_{22}^D|^2 = 1 \tag{34}$$

$$\tilde{S}_{12}^D = \tilde{S}_{21}^D \tag{35}$$

$$\psi_{1i} + \psi_{2i} - 2\psi_{1j} = \pm(2n-1)\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (36)$$

式(34)、(35)和(36)可用来检验计算结果的正确性,其中 $\psi_{1i} = \arg(\tilde{S}_{1i}^D)$, $i, j = 1, 2$ 。

五、计算收敛性

计算了图1中一个台阶的反射损耗随模的数量 N (N 总选得与 M 相等)的变化,而 $a = 35\text{mm}$, $b = 27\text{mm}$, 结果见表1。

表 1

N	f = 3.5GHz		f = 4.5GHz	
	\tilde{S}_{1i}^D (dB)	ψ_{1i} (度)	\tilde{S}_{1i}^D (dB)	ψ_{1i} 度
5	14.21	-22.36	27.23	158.43
7	14.26	-22.85	26.50	153.49
9	14.38	-23.08	26.37	151.47
11	14.26	-23.29	26.52	152.14
13	14.23	-23.11	26.57	153.30
15	14.23	-23.58	26.50	153.44
17	14.24	-23.49	26.44	152.93
20	14.23	-23.41	26.47	152.90

从表1中可看出,只要取 $N = 5$,计算的反射损耗变化已收敛到1dB内,若取 $N = 11$ 可使反射相角变化收敛到1度内。

检验本文方法的计算结果表明,从 $N = 1$ 开始条件式(34)、(35)和(36)都严格满足,而文献[3]方法是随 N 增大逐步收敛到该条件的。

六、工程应用

在工程中需要一个用于频率在6.1~7.5GHz馈源测试的圆-圆过渡器,尺寸为 $\phi 32 \sim \phi 41$,馈源驻波要求 ≤ 1.02 (反射损耗 $\geq 50.7\text{dB}$)。测试系统要包括一个B170矩形波导到 $\phi 32$ 圆形波导的过渡器,可见圆-圆过渡器驻波应尽可能小,经研究分配给圆-圆过渡器驻波 ≤ 1.02 (反射损耗 $\leq -40\text{dB}$)。

首先用等效阻抗法^[4]设计圆-圆过渡器尺寸,然后按本文方法计算其反射损耗,再经几次修改尺寸重新计算,直到满意为止。图3是最后三次计算选用的尺寸和计算结果,曲线

①, ②和③分别对应图3a中半径尺寸 a , 选为16.14mm, 16.20mm和16.30mm, 比较这些计算结果, 最终选 $a_1 = 16.2$, 用于工程。

结论: 本文改进了 James 等人的圆波导台阶不连续处模匹配法, 从而避免了 James 方法中选择 M/N 值的盲目技巧性工作, 提高了收敛速度和计算精度, 计算表明仅选 $M = N = 5$ 便可用于工程中圆—圆过渡器设计。

感谢柯树人、雷福贞对本文工作的支持, 及段玉虎、艾鸣同志提供部分子程序。

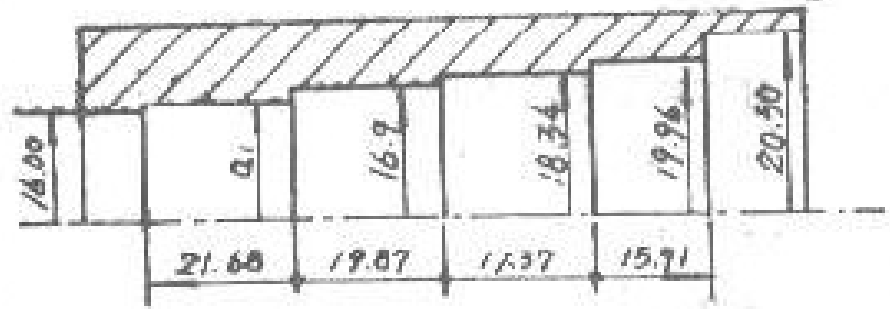


图3 a) —工程用圆—圆过渡器尺寸

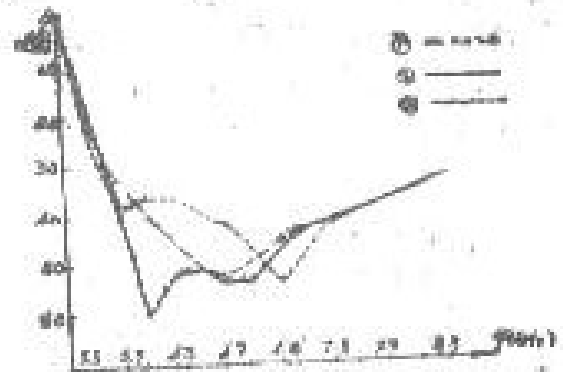


图3 b) 过渡器的反射系数随频率的变化, $M = 5$

参考文献

[1] Alvin Wexler, "Solution of Waveguide Discontinuities by Modal Analysis" IEEE Trans. vol. MTT-15, No. 9, September 1967, PP508-517.

[2] William J. English, "The Circular Waveguide Step—Discontinuity Mode Transducer" IEEE Trans. Vol. MTT-21, No. 10 October 1973, PP633-638.

[3] Graeme L. James, "Analysis and Design of TE_{11} to HE_{11} Corrugated Cylindrical Waveguide Mode Converters" IEEE Trans. Vol. MTT-29, No. 10, October 1981, PP1059-1066.

[4] Graeme L. James and Bruce M. Thomas, " TE_{11} to HE_{11} Cylindrical Waveguide Mode Converters Using Ring-Loaded Slots." IEEE Trans. Vol. MTT-30, No. 3, March 1982, PP278-285

[5] A. D. Oliver and I. Kiang, "Wide Angle Corrugated Horns analysed Using Spherical Modal—Matching" IEE Proceedings Vol. 135 Pt. H, No. 1 February 1988, PP34-40

[6] 李嗣范编著: 《微波元件原理与设计》人民邮电出版社, 1982年2月, 第79页—118页。