

Model conjugation calculation of co-axes wave guide in the dis continuous

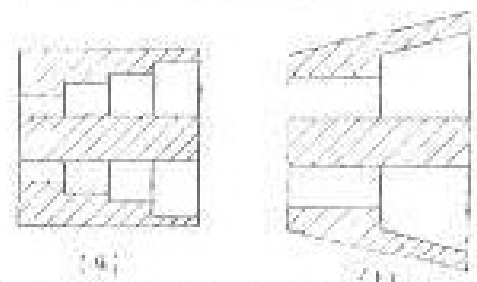
同轴波导阶梯不连续处模匹配计算

赵 双 任 Zhao Shuang-Ren

【摘要】本文在文献[1]基础上用模匹配法计算同轴波导中阶梯不连续处TE₁₁模的传输和反射损耗。计算结果表明当同轴波导不连续处两边外径比值小于2时仅用7个模反射损耗和传输系数的计算就可获得较好的收敛。取20个模对两边场的计算可获得较好的收敛性。

一、引 言

同轴波导在微波领域有着广泛的应用，例如旋转关节，同轴多模馈源等。同轴波导中，TE₁₁模的工作频带比同轴波导宽得多，例如外径φ54mm内径φ33mm的同轴波导和φ54mm的同轴波导单模工作频带分别为2.21—14.46GHz和3.25—6.775GHz。因此同轴波导特别适用于宽频带馈源系统。与同轴波导情况类似，若接不同内径或外径的同轴波导是同轴波导馈源系统常常遇到的问题，例如同轴波导阶梯过渡器，阶梯多模同轴馈源，如图1所示。本文在文献[1]的基础上计算TE₁₁模在同轴波导阶梯不连续处传输和反射损耗。为了保证计算无误，用不连续处场边界面连续条件校验计算结果。



二、同轴波导中的场

同轴波导中的电场和磁场按文献[1]计算知

$$E = \sum_{l=1}^L C_l e_l \quad (1a)$$

$$H = \sum_{l=1}^L D_l h_l \quad (1b)$$

$$h_l = Y_l \hat{z} \times e_l \quad (1c)$$

式中e_l、r、φ和θ分量为

$$e_{l,r} = \begin{cases} \frac{1}{\rho} G_l(k_l, \rho) \cos l\varphi & l = 1, 3, 5, \dots \\ k_l B'_l(k_l, \rho) \cos l\varphi & l = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (2a)$$

$$e_{z\theta} = \begin{cases} -k_l G'_l(k_l \rho) \sin \theta & l = 1, 3, 5 \dots \\ -\frac{1}{\rho} F_l(k_l \rho) \sin \theta & l = 2, 4, 6 \dots \end{cases} \quad (2b)$$

式中, $l = 1, 3, 5 \dots$ 对应TE模, $l = 2, 4, 6 \dots$ 对应TM模, 此处仅考虑与TE_{1,1}模在 θ 方向上有相同变化的高次模, k_l 由下式定出。

$$\begin{vmatrix} J'_l(k_l c) & Y'_l(k_l c) \\ J'_l(k_l d) & Y'_l(k_l d) \end{vmatrix} = 0 \quad l = 1, 3, 5 \quad (3a)$$

$$\begin{vmatrix} J_l(k_l c) & Y_l(k_l c) \\ J_l(k_l d) & Y_l(k_l d) \end{vmatrix} = 0 \quad l = 2, 4, 6 \quad (3b)$$

其中 c, d 为同轴波导的内半径和外半径, J_l, Y_l 是第一类和第二类 l 阶Bessel函数, 式(2)中的 $F_l(k_l \rho), G_l(k_l \rho)$ 定义为

$$G_l(k_l \rho) = Y'_l(k_l c) J_l(k_l \rho) - J'_l(k_l c) Y_l(k_l \rho) \quad (4a)$$

$$F_l(k_l \rho) = Y_l(k_l c) J_l(k_l \rho) - J_l(k_l c) Y_l(k_l \rho) \quad (4b)$$

式(1)中 C_l, D_l 分别为电场和磁场的展开系数, 它们与入射模和反射模系数 a_l, b_l 之间的关系为

$$C_l = a_l + b_l \quad (5)$$

$$D_l = \pm (a_l - b_l)$$

式中 \pm 号由入射模传播方向是否与坐标 z 轴一致而定, 式(1)中省略了时间和 z 轴传播因子 $\exp[j\omega t + \gamma_l z]$

其中

$$\gamma_l = \begin{cases} \sqrt{(k_l^2 - k^2)} & k < k_l \\ j\sqrt{-(k_l^2 - k^2)} & k > k_l \end{cases} \quad (7)$$

式(1)中

$$Y_l = \begin{cases} -j \frac{1}{\eta} \frac{\gamma_l}{k} & l = 1, 3, 5 \dots \\ j \frac{1}{\eta} \frac{k}{\gamma_l} & l = 2, 4, 6 \dots \end{cases} \quad (8)$$

其中, $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ 为自由空间波数, $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 为自由空间波阻抗。

三、阶梯不连续处散射矩阵

对图2所示同轴波导不连续处散射矩阵可按文献[1]方法求得

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} TKR - I & TK \\ KR & K - I \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中

$$K = 2[I + RT]^{-1} \quad (10)$$

$$R = [W^I]^{-1}U \quad (11)$$

$$T = [W^II]^{-1}U^I \quad (12)$$

式中, W^I, W^{II} 和 U 的矩阵元为

$$W_{li} = Y_{li}P_i \quad (13)$$

$$U_{ih} = Y_{ih}^I Q_{ih} \quad (14)$$

式(13)中省写了上标 I, II, 而 P_i, Q_{ih} 定义及计算结果为

$$P_i = (\mathbf{e}_i^I, \mathbf{e}_i^I)_{z=0} = \frac{\pi^I}{2} \left[\rho \frac{dR_i(\rho)}{d\rho} \right]_c^d + (k_i^I \rho^2 - 1) R_i^I(\rho) \quad (15)$$

其中

$$R_i(\rho) = \begin{cases} G_i(K_i \rho) & i = 1, 3, 5 \dots \\ F_i(k_i \rho) & i = 2, 4, 6 \dots \end{cases} \quad (16)$$

$$Q_{ih} = (\mathbf{e}_i^I, \mathbf{e}_h^I)_{z=0} = \begin{cases} \frac{\pi k_i^I \rho}{k_i^I - k_h^I} [k_i G_2^I(k_i \rho) G_1^I(k_h \rho) - k_h G_1^I(k_i \rho) G_2^I(k_h \rho)]_c^d & i = 1, 3, 5 \dots, h = 1, 3, 5 \dots \\ \frac{\pi k_h^I \rho}{k_i^I - k_h^I} [k_i F_1^I(k_i \rho) F_2^I(k_h \rho) - k_h F_2^I(k_i \rho) F_1^I(k_h \rho)]_c^d & i = 2, 4, 6 \dots, h = 2, 4, 6 \dots \\ \pi G_1^I(k_i \rho) F_1^I(k_h \rho) & \begin{matrix} d^I & i = 1, 3, 5 \dots \\ c & h = 2, 4, 6 \dots \end{matrix} \\ \pi F_1^I(k_i \rho) G_1^I(k_h \rho) & \begin{matrix} d^II & i = 2, 4, 6 \dots \\ c & h = 1, 3, 5 \dots \end{matrix} \end{cases} \quad (17)$$

式(15)和(17)中 (\cdot, \cdot) 的定义由文献[1]给出, 而 $G_2(k_i \rho), F_2(k_i \rho)$ 为

$$\begin{aligned} G_2(k_i \rho) &= Y_1'(k_i c) J_2(k_i \rho) - J_1'(k_i c) Y_2(k_i \rho) \\ F_2(k_i \rho) &= Y_1(k_i c) J_2(k_i \rho) - J_1(k_i c) Y_2(k_i \rho) \end{aligned} \quad (18)$$

上式中角标 I, II 表示在不同波导中的量, 相应的外半径应为 d^I, d^{II} .

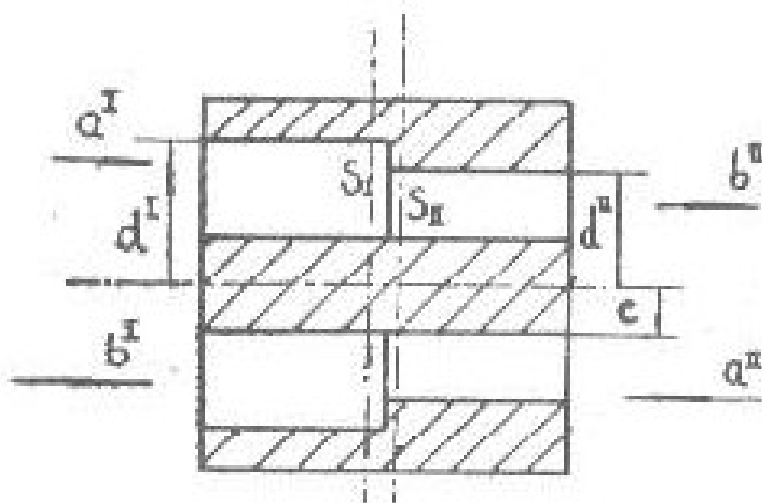


图2 同轴波导不连续处两边外半径为 d^I, d^{II} , 内半径为 c , 两边截面分别为 S_I, S_{II} , 入射波模系数分别为 a^I, a^{II} , 出射模系数分别为 b^I, b^{II} , 求两虚线间波导不连续处的多模散射矩阵 S .

四、验证阶梯不连续处场的边界条件

图2同轴波导阶梯不连续处电场应满足

$$\mathbf{E}^I = \begin{cases} \mathbf{E}^I & \text{在 } S_{II} \text{ 上} \\ 0 & \text{在 } S_1 - S_{II} \end{cases} \quad (19a)$$

$$\mathbf{H}^I = \mathbf{H}^I \quad \text{在 } S_{II} \text{ 上} \quad (19b)$$

如果计算正确，其结果应满足上述条件

假设图2同轴波导I区入射波模系数为 $\mathbf{a}^I = [1, 0, 0, \dots, 0]$ ，II区入射波模系数为 $\mathbf{a}^{II} = [0, 0, \dots, 0]$ ，由式(5)及散射矩阵S的定义知

$$\mathbf{C}^I = (\mathbf{I} + \mathbf{S}_{11}) \mathbf{a}^I \quad (20a)$$

$$\mathbf{D}^I = k\mathbf{I} - \mathbf{S}_{11}) \mathbf{a}^I \quad (20b)$$

$$\mathbf{C}^{II} = \mathbf{D}^{II} = \mathbf{S}_{21} \mathbf{a}^I \quad (20c)$$

为了作图方便，定义量

$$\mathbf{A}(\rho) = \sqrt{\rho} \int_0^z \mathbf{E} d\psi = \sqrt{\rho} \int_0^z \sum_1^N \mathbf{C}_i e_i d\psi \quad (21)$$

$$\mathbf{B}(\rho) = \eta\sqrt{\rho} \int_0^z \mathbf{H} d\psi = \eta\sqrt{\rho} \int_0^z \sum_1^N \mathbf{D}_i h_i d\psi$$

(19) 式的条件可由下式代替

$$\mathbf{E}^I(\rho) = \begin{cases} \mathbf{A}^I(\rho) & c < \rho < d^I \\ 0 & d^I < \rho < d^I \end{cases} \quad (22a)$$

$$\mathbf{B}^I(\rho) = \mathbf{B}^I(\rho) \quad c < \rho < d^I \quad (22b)$$

$d^I = 30\text{mm}$, $d^II = 25\text{mm}$, $c = 16\text{mm}$, 频率 $f = 65\text{Hz}$ 时阶梯不连续处两边量 $\mathbf{A}(\rho)$, $\mathbf{B}(\rho)$ 的计算结果由图3和图4给出, 图3取7个模, 图4取20个模。从图3可看出仅取7个模, 两边磁场的 ρ 分量的计算已取得很好的一致。电场的 ρ 分量一致性较差。从图4可看出当模取到20个时电场的 ρ 分量也取得较好的一致。

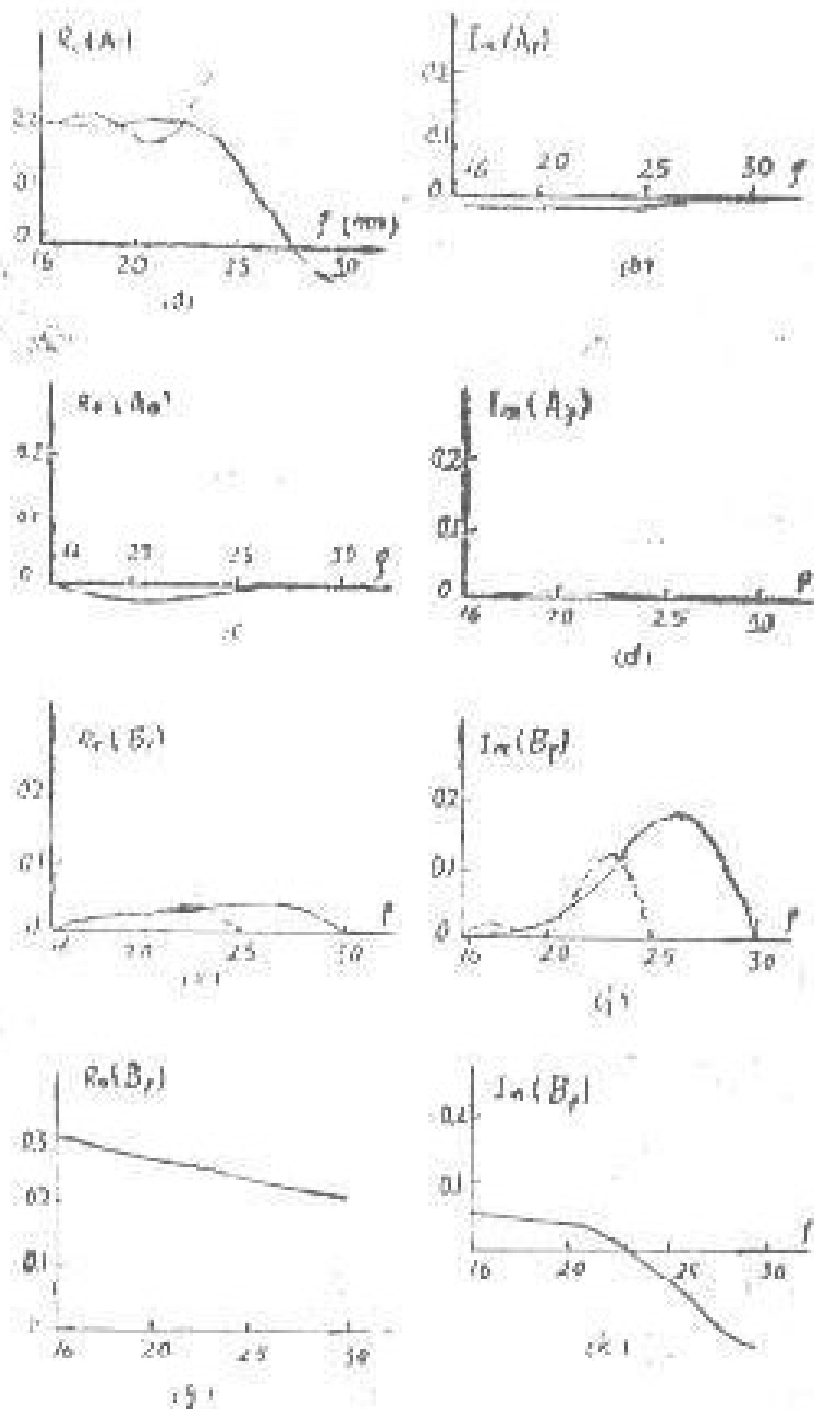


图3 同轴波导阶梯不连续处两边场的计算，波导内径 $c = 16\text{mm}$ ，外径 $d^I = 30\text{mm}$ ， $d^{II} = 25\text{mm}$ ，两边各取7个模，图 a, c, e, g 分别为 $A_n(\rho) = \sqrt{\rho} \int_0^{2\pi} E_n d\varphi$ ， $A_n(\rho) = \sqrt{\rho} \int_0^{2\pi} E_n d\varphi$ ， $B_n(\rho) = \eta \sqrt{\rho} \int_0^c H_n \rho d\rho$ ， $B_n = \eta \sqrt{\rho} \int_0^c H_n d\varphi$ 的实部相对于半径 ρ 的曲线，图 b, d, f, h 是其虚部对应的量，每图两条曲线，长的是波导 I 中的场，短的是波导 II 中的场。

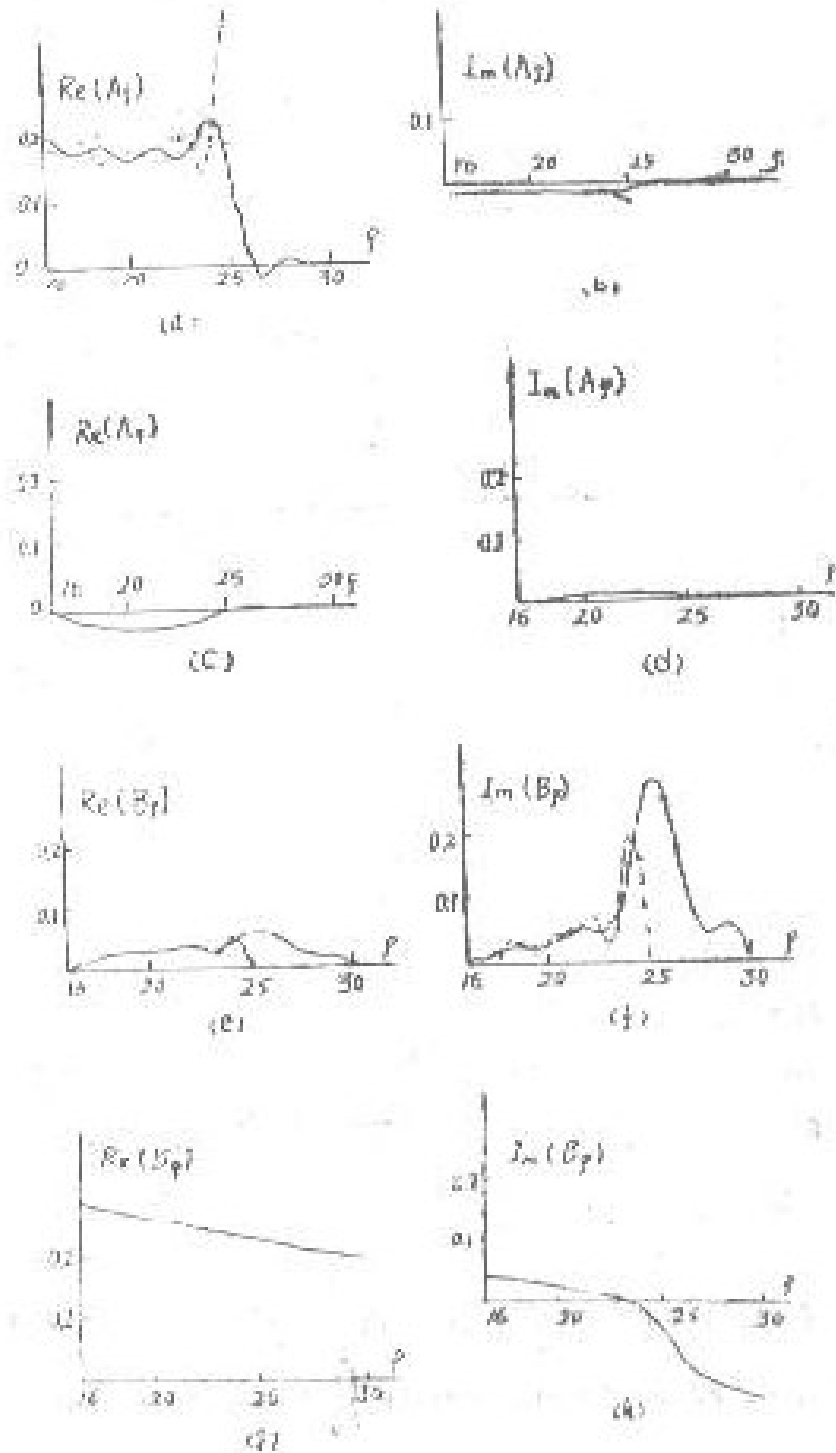


图4 两边各取20个模与图3对应的计算结果

五、反射损耗与传输损耗幅度和相位计算

尽管场要在两边模取到20时才有较好的一致性,但TE₁₁模单模反射损耗和传输系数的计算结果在模数L=7已与L=20相差无几。表1是在不同频率条件下,分别取L=7,和L=20计算所得的TE₁₁模单模反射损耗和传输系数的幅度和相位角,同轴台阶尺寸同上节。

表1

L = 20		L = 7		
频率(GHz)	反射损耗(dB)	反射相角(度)	反射损耗(dB)	反射相角(度)
2.500000	28.445390	159.850400	26.482920	160.686300
3.000000	19.102380	-4.244238	19.109860	-4.017568
3.500000	14.974790	-9.400377	10.987490	-8.949255
4.000000	14.163080	-13.182030	16.182920	-12.512740
4.500000	15.701170	-16.459300	15.728560	-15.702180
5.000000	15.374330	-19.637520	15.419550	-18.750070
5.500000	15.105980	-22.780570	16.152050	-21.788300
6.000000	14.890550	-25.958930	14.917560	-24.860100
6.500000	14.617660	-29.228920	14.686680	-28.033750
7.000000	14.382760	-32.645460	14.444940	-31.362510
7.500000	14.082810	-36.271820	14.179390	-34.910120
8.000000	13.763360	-40.189840	13.875580	-38.769320
8.500000	13.385040	-44.517040	13.514320	-42.929300
9.000000	12.917830	-49.440030	13.065790	-47.209500
9.500000	12.307300	-55.295330	12.476020	-53.736630
10.000000	11.435390	-62.818330	11.626570	-61.252500
10.500000	9.915613	-74.384960	10.133380	-72.833110
L = 20		L = 7		
频率(GHz)	传输	传输相角(度)	传输	传输相角(度)
2.500000	.998875	.937778	.998866	.980980
3.000000	.993844	-.404692	.993833	-.427571
3.500000	.989944	-1.110888	.989915	-1.108521
4.000000	.987384	-1.979327	.987829	-1.704599
4.500000	.985540	-2.197698	.986464	-2.307713
5.000000	.983510	-2.899768	.985388	-2.832204
5.500000	.984613	-3.204301	.984449	-3.360631
6.000000	.983754	-3.725086	.983537	-3.904325
6.500000	.982859	-4.274906	.982582	-4.477501
7.000000	.981869	-4.867960	.981519	-5.094721
7.500000	.980714	-5.522281	.980276	-5.774727
8.000000	.979302	-6.263192	.978754	-6.543322
8.500000	.977486	-7.129416	.976798	-7.440586
9.000000	.975005	-8.187296	.974127	-8.534501
9.500000	.971310	-9.564551	.970164	-9.956563
10.000000	.965007	-11.563880	.963403	-12.018490
10.500000	.950276	-15.270410	.947649	-15.839190
备注	反射损耗定义为 $10\lg T $, T为反射系数			

总结。利用模配四法可以较准确的计算同轴波导不连续处的反射和传输系数,因此可用来设计同轴波导阶梯过渡器,同轴多模谐振。

参考文献

- [1] 赵双任:“模匹配圆—圆台阶过渡器计算”《通信与测控》1989年,第四期。